

*2011. година математичка олимпијада 2006*

**I коло**

**1. октобар 2006.**

**VI разред**

**1.** У празна поља квадрата  $4 \times 4$  распореди десет знакова плус (+), тако да у свакој колони (усправно) буде паран број плусева, а у сваком реду (водоравно) непаран број плусева.

**2.** Колико има десетоцифрених природних бројева који се записују само помоћу цифара 0 и 5, а који су дељиви са 9?

**3.** У шуми у којој расту само храстови и јеле, шумарско газдинство посеколо је једну трећину свих храстова и једну шестину свих јела. Еколошка “Зелена патрола” је, после тога, изјавила да је шумско газдинство посеколо пола шуме. Да ли је еколошка патрола у праву? Не заборави да образложиш одговор!

**4.** На правој је распоређено пет тачака – А, В, С, D, Е (тим редом).

Познато је следеће:

$$AB = 19 \text{ cm,}$$

$$CE = 97 \text{ cm}$$

$$AC = BD.$$

Одредите дужину одсечка DE. Не заборавите да образложите своје решење!

**5.** Група деце, распоређена у парове, враћала се из воћњака, после брања јабука. У сваком пару налазе се дечак и девојчица. Зна се да сваки дечак носи два пута више или два пута мање јабука него девојчица са којом иде у пару. Може ли се догодити да, при таквим условима, деца носе укупно 1000 јабука?

**Решења треба образложити!**

## Решења:

1.

			+
	+	+	+
+		+	+
+	+		+

2. Збир цифара сваког од тражених бројева треба да буде дељив и са 5 и са 9, а не може бити већи од 50 (јер је број десетоцифрени), што значи да је он 45. Због свега, у запису траженог броја учествује девет петица и једна нула. Важи и обрнуто, тј. десетоцифрени број записан помоћу девет петица и једне нуле, дељив је са 9. У траженом десетоцифреном броју нула може бити записана на сваком месту осим на првом, што значи да је можемо написати на 9 разних места, одакле следи закључак да постоји 9 бројева који испуњавају тражене услове.

3. **I начин:** Посечено је мање од половине свих храстова и мање од половине свих јела, значи посечено је мање од половине свих стабала.

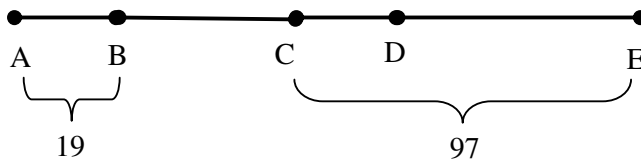
**II начин:**  $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$ , али овај рачун не важи у нашем случају, јер се  $\frac{1}{3}$  не односи на целу шуму, већ само на њен део засађен храстовима, а  $\frac{1}{6}$  се односи само на део шуме засађен јелама.

**III начин:** Ако је посечена  $\frac{1}{3}x = \frac{2}{6}x$ , онда су остале непосечене  $\frac{4}{6}x$ . ( $x$  — храст)

Ако је посечена  $\frac{1}{6}j$ , онда је остало непосечено  $\frac{5}{6}j$ . ( $j$  — јела)

Укупно је остало непосечено  $\frac{4}{6}x + \frac{5}{6}j > \frac{3}{6}x + \frac{3}{6}j = \frac{3}{6}(x+j) = \frac{1}{2}(x+j) = \frac{1}{2}$  шуме. Дакле, Посечено је мање од половине шуме.

4.



Ако из одсечака AC и BD изоставимо заједнички део BC, добијамо одсечке AB и CD. Према условима задатка имамо  $CD = AB = 19$  cm, па је

$$DE = CE - CD = 97 - 19 = 78 \text{ cm}$$

5. Приметимо да је укупан број јабука које носи сваки пар деце дељив са 3. То значи да је и укупан број јабука које сва деца носе такође дељив са 3, па зато тај број никако не може бити 1000.